

УДК 624.012:539.3

## ОСНОВНІ КОНЦЕПЦІЇ ВИЗНАЧЕННЯ ТРИЩИНОСТІЙКОСТІ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ КОНСТРУКЦІЙ З ПОЗИЦІЙ МЕХАНІКИ РУЙНУВАННЯ

Й. Лучко, д. т. н.

ORCID ID: 0000-0002-3675-0503

Ю. Боднар, к. т. н.

ORCID ID: 0000-0002-7196-2157

Львівський національний університет природокористування

<https://doi.org/10.31734/architecture2022.23.033>

**Лучко Й., Боднар Ю. Основні концепції визначення тріщиностійкості залізобетонних конструкцій з позицій механіки руйнування**

Відображено узагальнені результати аналізу й синтезу науково-технічних джерел із дослідження залізобетонних конструкцій будівель і споруд на засадах механіки руйнування. Подано результати досліджень за останні 25–30 років. Встановлено умови виникнення та розвитку нормальних тріщин і вплив на ці процеси різних чинників, які свідчать на користь методів механіки руйнування. Зокрема, розроблено методи розрахунку коефіцієнта інтенсивності напружень для балкових конструкцій з тріщинами при згині, методи визначення моменту тріщиноутворення та розкриття тріщин у залізобетонних та сталезалізобетонних балках і плитах, методику оцінки тріщиностійкості при довготривалому згині з урахуванням повзучості бетону. Результати розрахунків порівнюються з даними експериментів. Сформульовано розрахункові моделі і розв'язано задачі про утворення і докритичний ріст тріщин у нестационарній постановці. Розроблено методику розрахунку зусиль у стрижневій арматурі в околі тріщини. Відзначено актуальність проблеми відшарування бетону від арматури та запропоновано розрахункові моделі для врахування цього чинника, що дозволить порушити питання оцінки деградації залізобетонного виробу. Узагальнено результати теоретичних і експериментальних досліджень залізобетонних конструкцій тривалої експлуатації з надійності й довговічності та оцінки залишкового ресурсу. На підставі узагальнення даних, наведених у публікаціях, відпрацьовано методики технічної діагностики та ремонтно-відновлювальних робіт при посиленні, що дає змогу збільшити ресурс і надійність залізобетонних будівель і споруд.

**Ключові слова:** залізобетон, тріщина, критерії, моделі, руйнування, тріщиностійкість, корозія арматури, карбонізація бетону, довговічність.

**Luchko Y., Bodnar Yu. Basic concepts of determining the crack resistance of reinforced concrete structures by the principle of fracture mechanics**

This paper presents the generalized results of the analysis and synthesis of scientific and technical sources on studying heavy concrete and reinforced concrete structures and buildings based on the fracture mechanics principles. The research results on the crack resistance of concrete and reinforced concrete structures over the last 25–30 years are presented. The occurrence and normal cracks development conditions and the various influence factors that testify to the benefit of fracture mechanics methods are set up. In particular, a method of calculating the stress intensity factor for beam structures with bending cracks is developed. In addition, the moments of crack formation and cracks opening in steel-reinforced concrete slabs are determined. A method of crack resistance during long-term bending, taking into account the creep and shrinkage of concrete, is developed. Calculation results are compared with experimental data. Calculation models and solved problems on the formation and subcritical growth of cracks in a non-stationary setting are formulated. A method of calculating the forces in the rod reinforcement around the crack is developed. The moment of crack formation and calculation of crack opening using the methods of the mathematical theory of cracks and other aspects of calculating such structures is determined. The results of theoretical and experimental studies of the long-term reinforced concrete structures on reliability and durability and assessing a residual resource are summarized too. On the basis of the generalized data given in the publications, the methods of technical diagnostics and repair and restoration work with strengthening are worked out. It enables increasing the resource and reliability of the reinforced concrete buildings and structures.

**Key words:** reinforced concrete, crack, criteria, models, destruction, crack resistance, reinforcement corrosion, concrete carbonization, durability.

**Постановка проблеми.** Будівельні залізобетонні конструкції і бетони схильні до руйнування через розповсюдження дефектів типу тріщин. Процес руйнування в таких конструкціях немиттєвий. Від моменту утворення тріщини і до початку її критичного росту минає певний час. Як

свідчить практика, під час експлуатації будівель і промислових споруд часто трапляються випадки, коли регламентовані умови роботи споруди (будинку) порушуються внаслідок просадки ґрунтів чи інших природно-кліматичних чинників. Вони можуть змінювати робочу схему споруди, спричинювати додаткові навантаження, що може супроводжуватись додатковим збільшенням концентрації напружень в елементах конструкцій та появою і ростом тріщин, для оцінки яких потрібна надійна методика їх розрахунку та оцінка придатності до подальшої експлуатації. Як відомо, така методика може бути створена на засадах механіки руйнування і механіки залізобетону. Тому важливою та актуальною науково-технічною проблемою стає розробка надійних методик визначення напружено-деформованого стану (НДС) залізобетонних елементів конструкцій з тріщинами в експлуатаційній стадії, а також міцності і тріщиностійкості з позицій механіки руйнування та механіки залізобетону.

#### **Аналіз останніх досліджень і публікацій.**

Розглянемо праці, в яких досліджено міцність і тріщиностійкість залізобетонних конструкцій з позицій механіки руйнування. Аналіз таких праць до 1994 року проведено в [1]. Наразі отримано значний поступ у методах оцінки міцності і тріщиностійкості залізобетонних конструкцій на засадах механіки руйнування, тому є потреба в науковому аналізі праць за період з 1995 року і донині. У праці [1] представлено скрупульозний аналіз і синтез науково-технічних джерел (39 джерел) із цих питань за період 1950 – 1994 рр. Описані основні розрахункові моделі залізобетонних елементів конструкцій з тріщинами в умовах поперечного згину (В. І. Мурашова, О. О. Гвоздева, В. М. Бондаренка, В. Я. Бачинського і Й. Й. Лучка, М. М. Холмянського, В. М. Байкова, М. І. Попова і В. С. Розторгуєва, М. І. Карпенка). Аналіз цих моделей вказує на проблеми в механіці залізобетону, пов'язані з моделюванням зчеплення арматури з бетоном, зокрема величиною та характером розподілу дотичних напружень на контакт арматури з бетоном. Причина в тому, що наведені моделі та розв'язки будувались на напівемпіричній або суто емпіричній (СНиП 2.03.01-84\*) основі, і переважно всі згадані моделі мають загальний недолік – не враховують фізичних чинників НДС залізобетонних балкових конструкцій. Перші роботи з усунення цього недоліку розпочали ще у 1973 р. О. В. Косарев, В. І. Ягусто і Г. І. Шапір. Пізніше такі автори, як, зокрема, Ю. В. Зайцев,

Є. М. Пересипкін, Л. П. Трапезніков, Б. Г. Белов і П. І. Василів та ін., започаткували для розв'язку задач оцінки тріщиностійкості та НДС залізобетонних балкових конструкцій застосування засад пружно-пластичної механіки руйнування залізобетону.

**Постановка завдання.** Наше завдання – аналіз науково-технічних джерел із дослідження залізобетонних конструкцій будівель і споруд на засадах механіки руйнування за останні 25–30 років.

**Виклад основного матеріалу.** Сучасні дослідження науковців довели, що досягти єдиної методологічної оцінки тріщиностійкості залізобетонних конструкцій можна, використовуючи підходи і методи механіки руйнування.

У праці [2] наведено розрахунок залізобетонних балкових елементів методами механіки руйнування. Зокрема, проаналізовано літературні джерела і подано основні розрахункові схеми моделей залізобетонних елементів із тріщинами в умовах поперечного згину. Досліджена проблема тріщиноутворення та розвитку тріщин у залізобетонних балкових елементах на основі концепцій пружно-пластичної механіки руйнування. Розроблені теоретичні методи визначення характеристик граничного стану залізобетонних елементів згідно з нормативними категоріями вимог тріщиностійкості. Сформульовані розрахункові моделі і розв'язані задачі утворення і докритичного росту тріщин у нестационарній постановці для таких конструкцій. Також наведено методику розрахунку зусиль у стрижневій арматурі в околі тріщин. Опрацьовано критерій критичного розкриття тріщин і розроблено наближений метод визначення розкриття тріщин у залізобетонних конструкціях. Розроблена модель руйнування залізобетонних елементів з урахуванням повзучості бетону. Виконано розрахунок розкриття у вершині тріщини та росту її довжини при довготривалій дії навантаження елемента та визначення навантаження тріщиноутворення при довготривалому згині.

У праці [3] наведено основні положення розрахунку моменту тріщиноутворення, розкриття нормальних тріщин у залізобетонних балкових елементах конструкцій під короткочасною та довготривалою дією навантаження з допомогою механіки залізобетону, теорії пружності та методів теорії тріщин. Зокрема, сформульовані розрахункові моделі і розв'язані задачі про утворення та докритичний ріст тріщин у

нестационарній постановці. Результати розрахунків за різними методами порівнюються з даними експериментів. Розглянуто умови виникнення та розвитку тріщин, а також визначення параметрів тріщиностійкості бетону. Проаналізовано експериментальні дослідження моментів тріщиноутворення та розкриття тріщин у залізобетонних балкових елементах.

У праці [4] зауважено основні принципи концепції безпеки складних технічних систем. Обмірковані загальні проблеми механіки катастроф. Підходи механіки руйнування поширені на аналіз безпеки та живучості технічних систем. Для обґрунтування допустимих станів інженерних конструкцій з тріщинами можна використати коефіцієнти безпеки в уніфікованих рівняннях механіки руйнування. Наголосимо, що, аналізуючи безпеку та живучість, слід передовсім урахувати перехід тріщини зі сфери допустимих станів у сферу катастрофічного (аварійного) руйнування інженерних конструкцій.

У праці [5], на підставі аналізу наявних підходів, показано, що простого і надійного методу визначення величини зони передруйнування тріщини для залізобетонних балкових конструкцій практично немає. Тут представлено наближений підхід визначення довжини кінцевої зони тріщини, прийнявши, що в кінці зони передруйнування напруження для непружних матеріалів дорівнює границі текучості, а для крихких матеріалів – границі міцності. Зокрема, вказано, що з виразу  $K_{1c} = \sigma_0 \sqrt{2\pi r}$  одержимо довжину зони передруйнування  $r = K_{1c}^2 / 2\pi\sigma_0^2$  або з урахуванням перерозподілу напружень  $r = K_{1c}^2 / \pi\sigma_0^2$ . На основі проведених досліджень робимо висновок, що довжина зони передруйнування коливається від 0,20 до 0,40 від висоти перерізу над тріщиною.

У працях [6; 7] представлено методики дослідження моменту тріщиноутворення у залізобетонних балкових конструкціях при короткотривалому та довготривалому навантаженні. У праці [6] розвинуто методику визначення характеристик тріщиностійкості залізобетонних конструкцій на засадах математичної теорії тріщин. Вважається, що під дією моменту  $M$  утворюється система мікротріщин однакової довжини  $d$ , відстань між якими дорівнює  $s$ . Напруження у балці  $\sigma_0$  представимо у вигляді суми  $\sigma_z + \sigma_z^*$ , де  $\sigma_z$  – напруження в балці без тріщин;  $\sigma_z^*$  – напруження, зумовлене появою тріщин. Поява граничних мікротріщин на нижній

поверхні балки відповідає розкриттю  $\delta_c$ . На підставі розв'язку задачі одержано залежності для визначення моменту тріщиноутворення

$M_{crc}^{theor}$ . Також описано отриману методику розрахунку розкриття тріщин з урахуванням зчеплення між арматурою і бетоном. Для цього використано метод суперпозицій теорії тріщин; тоді  $w_{crc} = w_{1crc} + w_{2crc}$ , де  $w_{1crc}$  – розкриття, що відповідає напруженому стану в неармованій балці (плиті) з тріщинами;  $w_{2crc}$  – розкриття, спричинене стримувальним впливом стрижневої арматури. У результаті розв'язку цієї задачі одержано залежності для визначення  $w_{1crc}^{theor}$ ,  $w_{2crc}^{theor}$ , а також  $w_{crc}^{theor}$ . Представлено порівняння теоретичних і дослідних даних, які свідчать на користь указаних методик.

У праці [7] з урахуванням повзучості та усадки бетону на основі залежності моменту тріщиноутворення від часу побудовано методику визначення залишкової довговічності бетонних і залізобетонних елементів конструкцій. Одержано залежність для визначення навантаження тріщиноутворення  $M_{crc}(t_c)$ . Також отримано значення  $t_c$ , яке відповідає часу тріщиноутворення внаслідок повзучості і усадки бетону з моменту прикладення постійного навантаження, тобто час залишкової довговічності. На підставі цього проаналізовано розрахункові залежності визначення залишкової довговічності за критеріями тріщиностійкості від корозійного руйнування та порівняння з традиційними інженерними розрахунками за нормативними документами.

У праці [8] вказано на проблеми, які можуть змінити робочу схему конструкції. Описана методика визначення напруженого стану залізобетонної балки у стадії експлуатації та наведені розрахункові параметри. Подано алгоритм розрахунку, який ґрунтується на методах механіки руйнування. Отримано графік залежності довжини тріщини  $l_1$  від навантаження  $M$  для балок Є. А. Гузєєва і К. Л. Махто та графіки залежності  $K_1$  від довжини  $l_1$  за різних навантажень для балок К. Л. Махто. Також у таблиці для вказаних балок представлено результати обчислень параметрів тріщиностійкості на основі критерію Ірвіна.

У праці [9] розроблена методика розрахунку залізобетонних елементів таврових перерізів і оцінки їх міцності та тріщиностійкості з позиції механіки руйнування при згині і позацентровому стиску. Наведено схему зусиль і розрахункові

залежності. Представлено розрахунок та його експериментальну перевірку, графіки розподілу напружень, порівняння розрахункових і дослідних руйнівних сил, залежно від коефіцієнта армування і відносного ексцентриситету, сформульовані висновки.

У праці [10] представлено модель руйнування залізобетонних елементів з тріщинами з урахуванням повзучості бетону. Наведена розрахункова схема визначення НДС залізобетонної плити (балки) в околі тріщини. Одержано формули для розрахунку розкриття у вершині тріщини та довжини тріщини під довготривалим навантаженням, а також розкриття тріщини на розтягнутій поверхні залізобетонного балкового елемента. Представлено результати розрахунків.

У працях [11; 12] розроблено методику оцінки міцності, тріщиностійкості залізобетонних балкових елементів на основі механіки руйнування. Зокрема, запропоновано модель та одержано розрахункові формули для визначення напружень в арматурі і в стиснутих фібрах бетону, які враховують напружені зони в околі вершини тріщини. Встановлено залежності для визначення  $M_{crc}$  та  $M_u$ . Ці залежності перевіряли експериментально, а також порівнювали з формулами СНиП 2.03.01-84\*. Змодельовано напруження в перерізі з тріщиною за наявності арматури і непружних зон у її вершині та в стиснутих волокнах. Наведено графіки залежності дослідних напружень від розкриття тріщин, порівняння дослідних і розрахункових деформацій у стиснутій зоні у перерізі з тріщиною та розрахункових і дослідних моментів тріщиноутворення і моментів руйнування. За результатами аналізу сформульовані висновки. У праці [12] представлено також конструкцію дослідних балок і схему розташування приладів у перерізі з тріщиною.

У праці [13] відзначено актуальність проблеми відшарування бетону від арматури і вказано на можливе виникнення сингулярної концентрації напружень. Розглянуто одну з моделей, яка необхідна в розрахунку критичних напружень при відшаруванні бетону від жорстко армованих конструкцій. Подано розрахункові схеми бетонного елемента з включенням і розрахункову схему залізобетонного елемента. Представлено розв'язок задачі та одержано відповідні формули для розрахунку відшарування в таких конструкціях. Зокрема, наведено графічну залежність відносного критичного навантаження від коефіцієнта Пуассона. На основі одержаного

критеріального співвідношення можна порушувати питання оцінки деградації залізобетонного виробу.

У праці [14] намагалися вивчити процеси фізичної поведінки бетону при стиску в умовах простого навантаження, прийнявши як механізм деформування – ковзання, а як механізм руйнування – відрив зі зміщенням за рахунок внутрішнього тертя вздовж площин ковзання. Під час експериментальних випробувань застосували енергетичний контурний інтеграл  $J$  Райса-Черепанова. Представлена схема руйнування при осьовому стиску куба і призми та схема роботи бетону в умовах обойми при  $\sigma_1 \geq \sigma_2 = \sigma_3$  і розрахункові формули. Порівняно також експериментальні дані з теоретичними.

У праці [15] стисло викладені фізичні основи механіки мікрополяризаційного середовища (МПС). У рамках механіки руйнування МПС проведено якісний і кількісний аналіз квазікрихкого руйнування стиснутих геометрично і фізично подібних бетонних зразків різної висоти. На підставі принципу автомодельності розглянуті умови переносу силових критеріїв із модельних зразків на геометрично і фізично подібні елементи великомасштабних сталобетонних конструкцій. Наведена схема руйнування геометрично і фізично подібних куба і призми та порівняння даних О. Я. Берга і автора в табличній формі. Представлена також схема руйнування бетонних призм, армованих сталевими пластинами, поперечною і поздовжньою стрижневою арматурою при осьовому стиску.

У праці [16] представлено аналіз і синтез експериментально-теоретичних досліджень позacentрово стиснутих сталезалізобетонних елементів. Зокрема, у таблиці наведено результати випробування бетонних зразків. Умови автомодельності відповідають енергетичному критерію Райса-Черепанова механіки руйнування. Представлені результати випробувань коротких сталобетонних і залізобетонних елементів розмірами  $150 \times 150 \times 600$  мм з різним армуванням та їх порівняння з теоретичними розрахунками. Встановлено також вплив самозміцнення до 10–13 %.

У працях [17; 18] розглянуто деформаційну модель балки, яка базується на реальних діаграмах зв'язку між напруженнями і деформаціями бетону і арматури. Зокрема, як для стиснутого, так і для розтягнутого бетону застосовано діаграму  $\sigma$ – $\epsilon$ , запропоновану ЄКБ-ФІП. Подано розрахункові

формули та розрахункову схему двопрогової балки, блок-схему визначення НДС такої балки та результати розрахунків.

Для будівель і споруд, окрім естетичності та функціональності, надзвичайно важливими вимо-

гами є їх надійність і довговічність. Це стосується як нових об'єктів, так і будівель чи споруд, що підлягають реконструкції. Це актуалізує проблему дослідження деградації конструкцій, зокрема залізобетонних [19; 20].

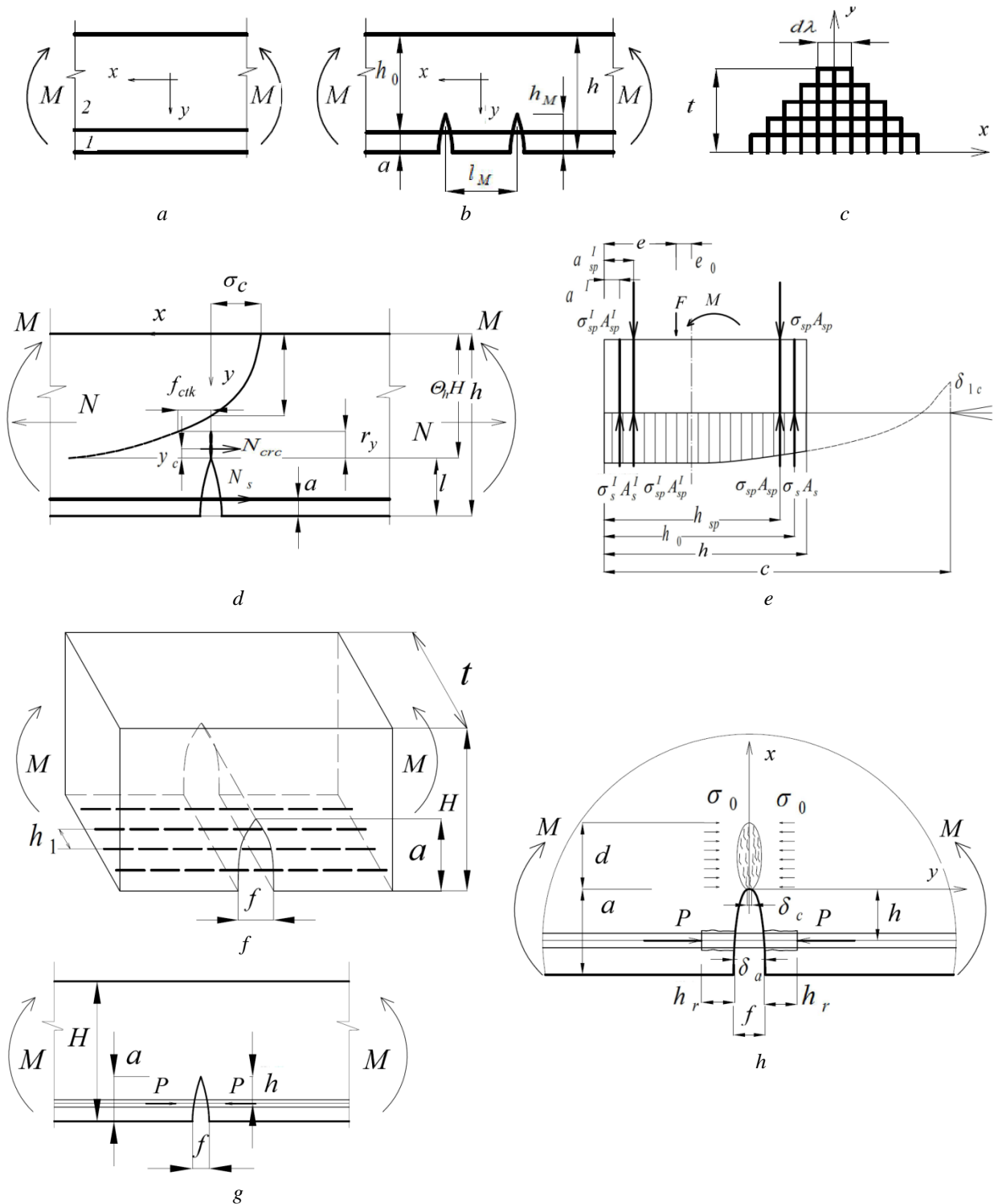


Рис. Основні розрахункові моделі для визначення міцності й тріщиностійкості залізобетонних балкових і позациентровано стиснутих конструкцій з позиції механіки руйнування: abc-модель наведена у [21]; d-модель – у [22], e-модель – у [9; 11]; fgh-модель – у [1; 2; 3; 6].

Отже, підсумовуючи результати аналізу дослідження основних концепцій визначення тріщиностійкості залізобетонних конструкцій з позиції механіки руйнування, на думку авторів, можна відзначити доцільність застосування для оцінки міцності і тріщиностійкості залізобетонних балкових конструкцій деформаційних підходів, концепцій і моделей, представлених на рисунку. Зокрема, моделювання НДС балки на початку руйнування із застосуванням  $\delta_c$  моделі [21] (рис., *a, b, c*). Тріщини в балці моделюються півплощиною із системою клинів. Суттєвий внесок у розвиток теорії механіки руйнування залізобетону становлять роботи Є. М. Пересипкіна, зокрема розрахункова модель балки з тріщиною [22] (рис., *d*). Також заслуговує на увагу розрахункова модель при позacentровому стиску з фіктивною тріщиною для двотаврового залізобетонного елемента,

яка наведена у працях [9; 11]. У всіх поданих моделях механіки руйнування залізобетонну стрижневу арматуру розглядають як пружну смугу, що зумовлює деякі некоректності у визначенні НДС таких елементів. У праці [2] при просторовому розв'язку задачі показано умови, за яких можлива заміна стрижневої арматури пружною смугою. Запропоновано метод, за яким урахується стримувальний вплив арматури на розкриття тріщин у плитах, армованих арматурними стрижнями (рис., *f*), та балках (рис., *g*). У просторовій постановці арматуру моделюють періодичною системою зосереджених сил і враховують відшарування арматури і бетону біля тріщини (рис., *h*).

Порівняння результатів обчислень за моделлю, зображеною на рис., *f, g, h*, та експериментальних результатів Є. А. Гузеєва, К. Л. Махто, подано у таблиці та у праці [23].

Таблиця

**Результати обчислень параметрів тріщиностійкості на основі критерію Ірвіна**

Навантаження, кНм	Довжина тріщини, см	КІН, $K_I^{(M)}$ , МПа $\sqrt{м}$	КІН, $K_I^{(a)}$ , МПа $\sqrt{м}$	КІН, $K_I$ , МПа $\sqrt{м}$
Для балки Є. А. Гузеєва				
87	5	10,44	9,53	0,81
	10	11,69	9,52	2,17
	15	13,41	9,28	4,13
	20	14,32	5,55	8,77
	21,5 кр.	14,94	5,68	9,26
75	5	11,90	10,71	1,19
	10	13,66	11,15	2,51
	15	14,85	9,95	4,90
	19,7 кр.	15,73	6,47	9,26
50	5	11,09	9,25	1,84
	10	13,82	9,62	4,20
	15,2 кр.	17,90	8,64	9,26
Для балки К. Л. Махто				
93	5	14,93	13,67	1,26
	10	16,36	13,68	2,68
	15	19,12	12,19	6,93
	16,4 кр.	19,77	11,02	8,75
75	5	12,47	10,79	1,68
	10	14,22	9,99	4,23
	14,3 кр.	17,44	8,69	8,75
50	5	10,88	8,03	2,85
	10	12,17	5,83	6,34
	12,2 кр.	16,39	7,64	8,75

**Висновки.** На підставі критичного аналізу й синтезу науково-технічних джерел та багатьох натурних і модельних випробувань будівельних матеріалів та конструкцій можна сформулювати такі висновки:

1. Теорія міцності і тріщиностійкості залізобетонних конструкцій з тріщинами, як зрозуміло з аналізу науково-технічних джерел, характерна поділом на два основні розділи, між якими дуже слабкий зв'язок, – механіку залізобетону та механіку руйнування залізобетону (застосування методів лінійної і нелінійної механіки руйнування до залізобетону).

2. Розрахункові моделі механіки залізобетону ґрунтувались переважно на поправкових коефіцієнтах типу  $\psi$ , які часто вводились на підставі емпіричних даних без розгляду фізичного змісту явища тріщиноутворення та підростання тріщин і тому не забезпечували надійності результатів для всіх стадій навантаження та видів напруженого стану. Інженерне застосування механіки залізобетону виправдовується лише її простотою і зручністю у розрахунках.

3. На нашу думку, досягти єдиного методологічного підходу до оцінки тріщиностійкості залізобетону можна, застосувавши методи механіки руйнування, забезпечуючи фізичне обґрунтування розрахункових співвідношень. Розвиток цього напрямку передбачає використання багатьох досягнень механіки залізобетону, а саме значної частини накопичених експериментальних даних та елементів розрахункових моделей, які себе виправдали в розрахунках певного виду напруженого стану.

4. Методи оцінки та моделювання зчеплення арматури з бетоном мають низку недоліків і потребують подальшого дослідження й уточнення. У дослідників немає загальноприйнятої думки про зміну форми розподілу дотичних напружень  $\tau(x)$  на контактній арматури з бетоном в міру збільшення навантажень, а також про максимальне значення дотичного напруження  $\tau_{max}$  та його залежність від класу бетону.

5. Потребують подальшого розвитку методики визначення несучої здатності та тріщиностійкості залізобетонних конструкцій, які ґрунтуються на положеннях механіки руйнування, теоріях міцності та пластичності.

#### Бібліографічний список

1. Лучко Й. Й., Основні концепції механіки руйнування залізобетону. *Фізико-хімічна механіка матеріалів*. Львів, 1995. № 4. С. 42–48.

2. Андрейків О. Є., Лучко Й. Й., Гембара Т. В. Розрахунок залізобетонних балочних елементів методами механіки руйнування. Львів, 1993. № 183. 55 с. (Препринт. ФМІ АН України).

3. Лучко Й. Й., Гембара Т. В. Методичні рекомендації з розрахунку тріщиностійкості залізобетонних балкових елементів конструкцій / ФМІ НАН України. Львів, 1995. 49 с.

4. Махутов М. А., Матвиенко Ю. Г. Подходы механики разрушения в концепции инженерной безопасности. *Фізико-хімічна механіка матеріалів*. Львів, 1996. № 2. С. 35–42.

5. Лучко Й. Й., Лазар В. Ф. Визначення довжини зони передруйнування в бетонних та залізобетонних балкових елементах конструкцій. *Механіка і фізика руйнування будівельних матеріалів і конструкцій*. Львів: Каменяр, 1998. Вип. 3. С. 132–138.

6. Андрейків О. Є., Лучко Й. Й., Ковчик С. Є. Методика визначення тріщиностійкості залізобетонних конструкцій. *Діагностика, довговічність та регенерація мостів будівельних конструкцій із застосуванням сучасних технологій та матеріалів*. Львів: Каменяр, 1999. № 1. С. 6–17.

7. Лучко Й. Й. Визначення залишкової довговічності залізобетонних балкових елементів на основі механіки руйнування. *Фізико-хімічна механіка матеріалів*. Львів, 1999. № 5. С. 83–90.

8. Лучко Й. Й. Визначення напруженого стану залізобетонних конструкцій на стадії експлуатації методами механіки руйнування. *Діагностика, довговічність та реконструкція мостів і будівельних конструкцій*. Львів: Каменяр, 2000. Вип. 2. С. 83–90.

9. Лучко Й. Й., Лазар В. Ф., Чубріков В. М. Міцність залізобетонного елемента з тріщиною з погляду механіки руйнування. *Фізико-хімічна механіка матеріалів*. Львів, 2001. № 1. С. 27–36.

10. Лучко Й. Й. Метод розрахунку довговічності залізобетонних конструкцій з позицій механіки руйнування. *Фізико-хімічна механіка матеріалів*. Львів, 2001. № 6. С. 75–84.

11. Лучко Й. Й., Лазар В. Ф. Розрахунок напружень та оцінка міцності і тріщиностійкості залізобетонних балкових елементів. *Фізико-хімічна механіка матеріалів*. Львів, 2002. Вип. 1. С. 107–116.

12. Лучко Й. Й., Лазар В. Ф. Визначення напруження та оцінка міцності і тріщиностійкості залізобетонних балкових елементів на засадах механіки руйнування. *Вісник НУ «Львівська політехніка». Теорія і практика будівництва*. 2002. № 441. С. 117–131.

13. Лучко Й. Й., Сташук А. М., Коваленко Р. В. Коефіцієнти інтенсивності напружень та дотичні напруження при відшаруванні. *Діагностика довговічність та реконструкція мостів і будівельних конструкцій*. Львів: Каменяр, 2004. Вип. 6. С. 87–92.

14. Рудаков В. Н., Рахим Саран, Староженко И. А. К применению энергетического критерия Райса-Черепанова для оценки прочности сталебетонных конструкций. *Механіка і фізика руйнування*

будівельних матеріалів та конструкцій / за заг. ред. Й. Й. Лучка. Львів: Каменяр, 2005. Вип. 6. С. 120–126.

15. Рудаков В. Н. Некоторые физические аспекты механики разрушения сжатых балок и сталебетонных конструкций. *Вісник ОДАБА*. 2006. Вип. 23. С. 273–285.

16. Рудаков В. Н., Дорофеев В. С., Молодченко Г. О. Експериментально-теоретичне дослідження поцентрово стиснутого сталезалізобетонного елемента. *Механіка і фізика руйнування будівельних матеріалів та конструкцій* / за заг. ред. Й. Й. Лучка. Львів: Каменяр, 2007. Вип. 7. С. 320–333.

17. Дороев В. С., Карпюк В. М., Краптовська О. М. Розрахунок міцності нерозрізних залізобетонних балок з використанням деформаційної моделі. *Механіка і фізика руйнування будівельних матеріалів та конструкцій* / за заг. ред. Й. Й. Лучка. Львів: Каменяр, 2007. Вип. 7. С. 223–237.

18. Немировский Я. М. Исследование напряженно-деформированного состояния железобетонных элементов с учетом работы растянутого бетона над трещиной и пересмотр на этой основе теории расчета деформации и раскрытия трещин. *Прочность и жесткость железобетонных конструкций* / под. ред.

проф. А. А. Гвоздева; НИИЖБ. Москва: Стройиздат, 1968. 210 с.

19. Лучко Й. Й. Основні фактори середовища, які впливають на деградацію транспортних споруд із залізобетонних і металевих гофрованих конструкцій. *Теорія і практика розвитку агропромислового комплексу та сільських територій: матеріали XXII Міжнародного науково-практичного форуму, 5–7 жовт. 2021 р.* Львів: ННБК «АТБ», 2021. Т. 2. С. 203–206.

20. Luchko J., Nazarevich B., Kovalchuk V. Degradating concrete and reinforced building structures and long-term structures. *Bulletin of Odessa State Academy of Civil Engineering and Architecture*. Odessa: OSACEA, 2022. № 86. P. 35–46.

21. Русинко К. Н., Артыкова С. И. О разрушении твердого тела при неоднородном напряженном состоянии. *Проблемы прочности*. 1973. № 2. С. 43–47.

22. Пересыпкин Е. Н. Расчет стержневых железобетонных элементов. Москва: Стройиздат, 1988. 168 с.

23. Лучко Й. Й., Чубріков В. М., Лазар В. Ф. Міцність, тріщиностійкість і довговічність бетонних та залізобетонних конструкцій на засадах механіки руйнування / НАН України, ФМІ ім. Г. В. Карпенка. Львів: Каменяр, 1999. 348 с.

*Стаття надійшла 11.10.2022*