

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПЕРЕХІДНИХ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПРОЦЕСІВ У МОСТОВІЙ СИСТЕМІ ВИПРЯМЛЕННЯ ТРИФАЗНОГО ЗМІННОГО СТРУМУ НА ОСНОВІ ВАРІАЦІЙНИХ ПІДХОДІВ

Віталій Левонюк, к. т. н.

*Львівський національний аграрний університет,
вул. Володимира Великого, 1, м. Дубляни, Жовківський р-н,
Львівська обл., Україна,
e-mail: vitaliy_levoniuk@ukr.net*

<https://doi.org/10.31734/agroengineering2019.23.067>

Левонюк В. Р. Математичне моделювання перехідних електромагнітних процесів у мостовій системі випрямлення трифазного змінного струму на основі варіаційних підходів

У праці здійснено аналіз наукових публікацій, які стосуються дослідження електромагнітних перехідних процесів в електротехнічних системах випрямлення трифазного змінного струму. Аналіз показав, що на сьогодні не існує єдиноприйнятої теорії математичного моделювання електротехнічних систем випрямлення змінного трифазного струму, а дослідження перехідних електромагнітних процесів здійснюються із використанням готових комп'ютерних програм, які призначені для інженерних розрахунків, а не наукових. Здійснено постановку проблеми, сформульовано мету та обґрунтовано науково-практичну потребу застосування варіаційних підходів до аналізу перехідних електромагнітних процесів в електротехнічних системах випрямлення змінного трифазного струму. У роботі основний акцент поставлено на розробку математичної моделі трифазної мостової системи випрямлення змінного струму, яка виконана за схемою Ларіонова. На основі узагальненого міждисциплінарного (інтердисциплінарного) методу математичного моделювання, який ґрунтується на модифікації інтегрального варіаційного принципу Гамільтона – Остроградського, одержано рівняння електромагнітного стану досліджуваної електротехнічної системи випрямлення трифазного змінного струму. Опираючись на розроблену математичну модель, було написано програмний код алгоритмічною мовою *Visual Fortran*, за допомогою якої реалізовано інтегрування звичайних нелінійних диференціальних рівнянь методом Гіра 6-го порядку. Наведено результати комп'ютерної симуляції у формі часових розподілів функціональних залежностей струмів та напруг елементів досліджуваної системи у вигляді рисунків, що аналізуються. Розроблена математична модель та на її підґрунті написаний програмний код можуть бути корисними для навчання студентів та підвищення кваліфікації інженерів-електриків, які працюють у галузі електроенергетики та електромеханіки. Підтверджено, що розвиток міждисциплінарних методів дослідження дає змогу, виходячи з єдиного енергетичного підходу, будувати ефективні та адекватні математичні моделі динамічних систем різної фізичної природи, що істотно розширює дослідницькі можливості еwentуального користувача.

Ключові слова: математична модель, перехідні процеси, мостова система випрямлення струму, варіаційні підходи, рівняння Ейлера – Лагранжа, принцип Гамільтона – Остроградського.

Levoniuk V. Mathematical modeling of transient electromagnetic processes in the bridge system of transfer of a three-phase action current on the basis of variation approaches

The paper analyzes scientific publications, which confirm that today there is no unanimous theory of mathematical modeling of electrotechnical systems of rectification of alternating three-phase current. However, the study of transient electromagnetic processes is carried out, using ready-made computer programs, which are intended for not scientific, but engineering purposes. The research argues scientific and practical necessity of constructing of efficient and relatively simple models of electrotechnical systems of rectification of alternating three-phase current as the key elements of electric networks of direct current. The work emphasizes importance of development of a mathematical model of a three-phase bridge system of rectification of alternating current, which is performed according to the scheme of Larionov. According to the consolidated interdisciplinary (interdisciplinary) method of mathematical modeling, which is based on modifications of the Hamilton-Ostrogradsky integral variational principle, an equation of the electromagnetic state of the investigated electrotechnical system of straightening a three-phase alternating current is obtained. The mentioned mathematical model secures analysis of transient electromagnetic processes in the elements of the investigated electrotechnical system of straightening of the alternating three-phase current and their mutual influence in the physical processes under the load. Application of the variation approaches allows reproducing of physical processes in electrotechnical systems of alternating and direct currents with a high level of adequacy.

The article presents results of computer simulation of the start of the investigated electrotechnical system of rectification of alternating current in the steady state, which confirms the correctness and adequacy of the research, presented in the article.

It is stated that, basing on the unified energy approach, development of interdisciplinary research methods supplies shaping of effective and adequate mathematical models of dynamic systems of various physical nature, which significantly expand the research capabilities of an eventual user.

Key words: mathematical model, transient processes, bridge current rectification system, variational approaches, Euler – Lagrangian equation, Hamilton – Ostrogradsky principle.

Постановка проблеми. Основними елементами електропередач постійного струму є лінія електропередачі, анодні трансформатори, згладжувальні фільтри, які складаються з лінійних реакторів та різного роду ємностей, і, звичайно ж, вентильний перетворювач частоти. Цілком зрозуміло, що для якісного передавання електричної енергії постійним струмом необхідно, щоби працювали всі вищезгадані елементи, зокрема й найкоштовніший та найделікатніший серед них – вентильний випрямляч. Тому для безперебійної та ефективної роботи, уникнення пошкодження коштовних випрямних елементів згадані електротехнічні системи необхідно постійно досліджувати і вдосконалювати. Розробка нових та вдосконалення наявних електротехнічних систем випрямлення трифазного змінного струму вимагають усебічного дослідження електромагнітних процесів, які протікають у згаданих системах, не лише на етапі проектування, а й на допроектній стадії. Для виконання таких завдань у дослідників чи інженерів є два шляхи: проведення коштовних натурних експериментів або ж застосування апарату математичного моделювання.

Відомо, що апарат математичного моделювання є одним із найефективніших способів дослідження різноманітних технічних або природних систем, адже саме математичне моделювання дає змогу практично необмежено змінювати параметри, що забезпечує високу ефективність та економічність проектно-конструкторських робіт.

На сьогодні найбільш вдалою, а через це відповідно й найрозповсюдженішою схемою випрямлення змінного струму на підстанціях є схема перетворення трифазного струму, запропонована у 1924 р. А. М. Ларіоновим. Її зазвичай називають трифазною мостовою схемою, проте вона здійснює шестифазне перетворення параметрів. У реальних умовах, враховуючи можливості існуючих груп з'єднань трансформаторів, може бути досягнуто не більше 12-фазного перетворення параметрів режиму. Цілком зрозуміло, що врахування повної кількості випрямних мостів є надскладною задачею, тому ми, як і більшість дослідників, зупиняємося на еквівалентності сукупності випрямних мостів одним. Таким чином, задача зводиться до побудови математичної моделі системи випрямлення змінного струму, яка

виконана за схемою Ларіонова. Відомо, що для адекватного відтворення картини перебігу перехідних електромагнітних процесів необхідно задіювати фундаментальні закони прикладної фізики, у нашому випадку – електродинаміки [1; 15], для повноцінного опису яких потрібно заангажувати диференціальне, інтегральне та варіаційне числення. Власне, у нинішній праці ми пропонуємо математичну модель електротехнічної системи випрямлення змінного трифазного струму, яка ґрунтується на теорії звичайних диференціальних рівнянь. Згадані диференціальні рівняння електромагнітного стану досліджуваної електротехнічної системи отримано на основі варіаційних підходів [4], зокрема використовуючи модифікований інтегральний варіаційний принцип Гамільтона – Остроградського, який розроблено в [14].

Аналіз останніх досліджень і публікацій.

Нині математичним моделюванням електромагнітних процесів у вентильних системах випрямлення змінного струму займається багато наукових шкіл. Тут варто відзначити львівську школу математичного моделювання, яка також займається питаннями теорії математичного моделювання вентильних систем, у яку, своєю працею [6], вагомий внесок зробив вчений К. М. Василів. Ми пропонуємо розглянути праці, які є найближчими за тематикою до нашої нинішньої праці.

У роботі [17] запропоновано метод розрахунку перехідних електромагнітних процесів у мережі випрямлення змінного трифазного струму, яка працює на лінію електропередачі постійного струму з активно-індуктивним навантаженням з урахуванням зовнішніх впливів. Згаданий метод ґрунтується на теоріях електричних кіл та електромагнітного поля. Представлено результати розрахунку перехідних процесів напруги та струму у вигляді графіків, які аналізуються.

У статті [5] розроблено математичну модель електричної мережі, ключовим елементом якої є тиристорний перетворювач частоти з ланкою постійного струму. На підставі математичної моделі розроблено алгоритм та програмний комплекс, який дає змогу моделювати електромагнітні процеси, які протікають у згаданій електричній мережі. Побудову математичної моделі виконано за модульним принципом, а програмний засіб

створено з використанням об'єктно-орієнтованого програмування. Аналіз електромагнітних процесів в електричній мережі здійснено для різних частот на вході й виході комутатора за різних значень кута регулювання випрямляча та інвертора.

У праці [8] здійснено моделювання перетворювальних підстанцій та ліній електропередач постійного струму. Використані в цій праці методи математичного опису перетворювальних підстанцій можна звести до двох основних груп: змінної та постійної структури. Методи першої групи, в яких використано заміну тиристора ключем, передбачають зміну структури електричного кола при зміні провідності тиристорів, що відображає тим самим змінний характер схеми перетворювача. Друга група методів ґрунтується на заміні вентиля пасивним двополюсником, параметри якого різко змінюються при зміні провідності вентиля. Система рівнянь перетворювача та коефіцієнти, які при цьому детермінуються параметрами провідних та непровідних у певний момент тиристорів, набувають постійної структури і придатні для розрахунку будь-яких електромагнітних станів.

У статті [18] репрезентовано метод гібридного електромагнітного моделювання *AC/DC* систем. Тут мережа змінного струму моделюється в електромеханічному режимі, а електромагнітний перехідний стан електропередачі *HVDC* – розраховується аналітичним методом. Інтерфейс електромеханічно-електромагнітного перехідного гібридного моделювання реалізований на основі теорії альтернативної ітерації. Аналіз перехідних електромагнітних процесів здійснено як для симетричних, так і несиметричних режимів роботи мережі змінного струму.

У роботі [20] представлено методіку керування *HVDC* системами для покращання стабільності перехідних процесів. Запропонована методіка дає змогу здійснювати контроль потужності через випрямлячі та інвертори під час перехідних режимів роботи. У цій праці потік потужності в *HVDC* системі моделюється додаванням допоміжного сигналу до основного потоку випрямляча. Тут представлено та детально проаналізовано перехідні процеси напруг і струмів у системі пересилання енергії постійного струму, проте нічого не сказано ні про використаний підхід для побудови математичної моделі, ні про використані методи числового моделювання.

Відомо, що електротехнічні системи випрямлення змінного струму використовують не лише в електроенергетиці, а й в електромеханіці, зокрема у синхронних електричних машинах та

машинах постійного струму, тому варто відзначити й наукові праці, в яких розглянуто згадані електротехнічні системи випрямлення струму в електромеханічних системах. Так, у праці [11] наведено математичну модель каскаду: однофазний двопівперіодний випрямляч з двома вентилями – мотор постійного струму з паралельним збудженням, а також запропоновано метод аналізу перехідних та усталених режимів його роботи. Математична модель вентильного випрямляча ґрунтується на теорії звичайних диференціальних рівнянь, які отримано на основі теорії нелінійних електромагнітних кіл.

Аналіз літератури дає підстави стверджувати, що на сьогодні немає єдиноприйнятої теорії до побудови математичних моделей електротехнічних систем випрямлення змінного струму. Науковці схиляються до різноманітних методів та підходів, які не завжди ґрунтуються на основних засадах прикладної фізики та законах електродинаміки, а отже, розроблені моделі не завжди з достатньою точністю відтворюють фізичну картину перебігу електромагнітних процесів у згаданих системах. Отже, можна зробити висновок, що на сьогодні методи та засоби аналізу перехідних електромагнітних процесів в електротехнічних системах випрямлення змінного струму не є повністю досконалими й потребують доопрацювання з додатковим залученням універсальних підходів.

Постановка завдання. Метою нинішньої праці є покращання методів аналізу перехідних електромагнітних процесів у системах випрямлення трифазного змінного струму на основі варіаційних підходів, зокрема з використанням модифікованого принципу Гамільтона – Остроградського.

Виклад основного матеріалу. На рис. 1 репрезентовано розрахункову схему електротехнічної системи випрямлення змінного трифазного струму. Досліджувана електротехнічна система складається з трифазної мережі змінного струму, катодної й анодної вентильних груп та еквівалентного активно-індуктивного навантаження. Трифазна електрична мережа представлена фазними електрорушійними силами $e_{m,j}$, індуктивностями $L_{m,j}$ та активними опорами $R_{m,j}$. Еквівалентне активно-індуктивне навантаження представлене відповідно активним опором R_H та індуктивністю L_H навантаження. Випрямні вентилі катодної та анодної вентильних груп на розрахунковій схемі представлено активно-індуктивними гілками. Така

еквівалентність вентилів відома вже давно [10] і користується популярністю й нині [6], оскільки нею дуже зручно моделювати роботу вентиля. Відкритому стану вентиля відповідають малі значення активного опору та індуктивності, а запертому стану – безмежно великі значення згаданих параметрів.

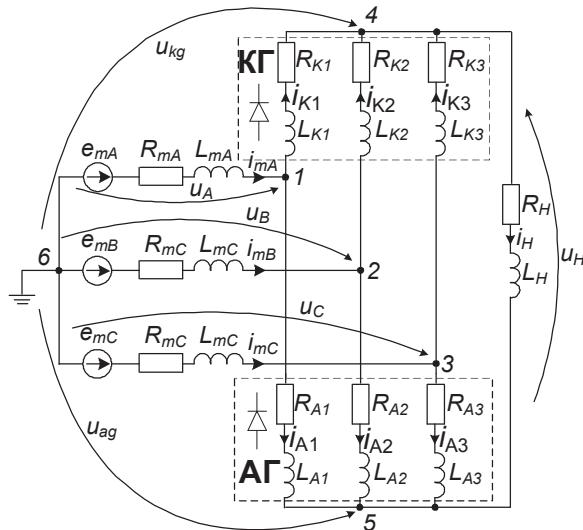


Рис. 1. Розрахункова схема мостової системи випрямлення трифазного змінного струму

Fig. 1. Schematic diagram of the bridge system of rectifying of three-phase alternating current

Ми вже згадували, що для забезпечення високої адекватності математичної моделі досліджуваного об'єкта необхідно правильно застосувати фундаментальні фізичні закони, які ґрунтуються на теоріях звичайних диференціальних рівнянь та диференціальних рівнянь з частинними похідними. Таким чином, побудова математичної моделі реального фізичного об'єкта зводиться до формування системи диференціальних рівнянь стану досліджуваного об'єкта. Ми пропонуємо для аналізу перехідних електромагнітних процесів в електротехнічній системі випрямлення змінного трифазного струму, зображеній на рис. 1, використовувати модифікований принцип Гамільтона – Остроградського. Це дає змогу уникнути декомпозиції єдиної динамічної системи та одержати вихідні рівняння стану виключно з єдиного енергетичного підходу, за допомогою побудови розширеної функції Лагранжа [12; 14].

Для досліджуваної електротехнічної системи випрямлення змінного струму (див. рис. 1) розширений функціонал дії за Гамільтоном – Остроградським виглядає так [14]:

$$S = \int_0^t L^* dt, \quad (1)$$

де S – дія за Гамільтоном – Остроградським, L^* – розширена функція Лагранжа.

Розширена функція Лагранжа виглядає так [14]:

$$L^* = \tilde{T}^* - P^* + \Phi^* - D^*, \quad (2)$$

де \tilde{T}^* – кінетична коенергія, P^* – потенціальна енергія, Φ^* – енергія дисипації, D^* – енергія сторонніх непотенціальних сил.

Для досліджуваної електротехнічної системи випрямлення змінного струму запишемо елементи розширеної функції Лагранжа [14; 16]:

$$T^* = \sum_{j=A}^C \frac{L_{m,j} i_{m,j}^2}{2} + \sum_{i=1}^3 \left(\frac{L_{K,i} i_{K,i}^2}{2} + \frac{L_{A,i} i_{A,i}^2}{2} \right) + \frac{L_H i_H^2}{2}, \quad (3)$$

$$\Phi^* = \frac{1}{2} \sum_{j=A}^C \int_0^t R_{m,j} i_{m,j}^2 d\tau + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \int_0^t (R_{K,i} i_{K,i}^2 + R_{A,i} i_{A,i}^2) d\tau + \frac{1}{2} \int_0^t R_H i_H^2 d\tau, \quad D^* = \sum_{j=A}^C \int_0^t e_{m,j} i_{m,j} d\tau, \quad P^* = 0, \quad (4)$$

а також приймаємо таке:

$$\frac{\partial T^*}{\partial Q} = u, \quad (5)$$

де $j = A, B, C$ – найменування фази електричної мережі; $i = 1, 2, 3$ – номер вентиля відповідної групи; $e_{m,j}$ – фазна електрорушійна сила j -тої фази електричної мережі змінного струму; $L_{m,j}$ – індуктивність j -тої фази електричної мережі змінного струму; $R_{m,j}$ – активний опір j -тої фази електричної мережі змінного струму; $L_{K,i}, L_{A,i}$ – індуктивність i -го вентиля катодної та анодної вентиляльної групи відповідно; $R_{K,i}, R_{A,i}$ – активний опір i -го вентиля катодної та анодної вентиляльної групи відповідно; R_H – активний опір гілки навантаження; L_H – індуктивність гілки навантаження; $i_{m,j}$ – струм j -тої фази електричної мережі змінного струму; $i_{K,i}, i_{A,i}$ – струм i -го вентиля катодної та анодної вентиляльної групи відповідно; i_H – струм через гілку навантаження.

Відомо [4], що якщо взяти варіацію функціоналу дії за Гамільтоном – Остроградським (1) та прирівняти її до нуля, то після мінімізації згаданого отримаємо рівняння Ейлера – Лагранжа:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L^*}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial L^*}{\partial q_k} = 0, \quad (6)$$

де q – узагальнена координата; $\dot{q} = dq/dt$ – узагальнена швидкість; k – число степенів вільності системи.

Введемо узагальнені координати для голономної системи, яка представлена на рис. 1, а також знайдемо відповідні їх узагальнені швид-

кості: $q_{(1)} = Q_{m,j}$ – заряд заступної гілки відповідної фази; $\dot{q}_{(1)} = \frac{dQ_{m,j}}{dt} = i_{m,j}$ – фазний струм електричної мережі змінного струму.

Зауважимо, що в рівняння Ейлера – Лагранжа (6) підставляємо лише складники, які стосуються елемента, для якого будемо отримувати рівняння електромагнітного стану, оскільки похідні по інших функціях (узагальнених координатах) тотожно рівні нулю, позаяк по останніх диференціювання не проводиться.

Запишемо рівняння Ейлера – Лагранжа (6) для вибраної узагальненої координати з урахуванням (3) – (5), ураховуючи, що $\frac{\partial T^*}{\partial Q_{m,j}} = -u_{m,j}$

[12]:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial}{\partial \dot{q}_1} \left(\frac{L_{m,j} i_{m,j}^2}{2} + \frac{1}{2} \int_0^t (r_{m,j} i_{m,j}^2) d\tau - \int_0^t e_{m,j} i_{m,j} d\tau \right) - \frac{\partial T^*}{\partial q_1} = 0. \quad (7)$$

Змінюючи черговість диференціювання (7) та застосовуючи теорему про похідну інтеграла за верхньою межею, отримаємо рівняння екстремалей функціонала дії за Гамільтоном – Остроградським:

$$\frac{d}{dt} \left(L_{m,j} i_{m,j} + \int_0^t (r_{m,j} i_{m,j}) d\tau - \int_0^t e_{m,j} d\tau \right) - \frac{\partial T^*}{\partial Q_{m,j}} = 0; \quad (8)$$

$$L_{m,j} \frac{di_{m,j}}{dt} + r_{m,j} i_{m,j} - e_{m,j} + u_{m,j} = 0. \quad (9)$$

З рівняння (9) легко отримуємо рівняння (10), репрезентуючи його в нормальній формі Коші.

Задля зменшення обсягу матеріалу статті ми не будемо наводити отримання всіх рівнянь електромагнітного стану досліджуваної електротехнічної системи, а лише наведемо кінцеві рівняння Ейлера – Лагранжа (ознайомитися з процедурою отримання рівнянь подібного характеру на основі варіаційних підходів можна у працях [9; 13; 19]):

$$\frac{di_{m,j}}{dt} = \frac{1}{L_{m,j}} (e_{m,j} - R_{m,j} i_{m,j} - u_j), \quad j = A, B, C; \quad (10)$$

$$\frac{di_{K,i}}{dt} = \frac{1}{L_{K,i}} (u_j - R_{K,i} i_{K,i} - u_{kg}), \quad j = A, B, C, \quad i = 1, 2, 3; \quad (11)$$

$$\frac{di_{A,i}}{dt} = \frac{1}{L_{A,i}} (u_j - R_{A,i} i_{A,i} - u_{ag}), \quad j = A, B, C, \quad i = 1, 2, 3; \quad (12)$$

$$\frac{di_H}{dt} = \frac{1}{L_H} (u_{kg} - R_H i_H - u_{ag}), \quad (13)$$

де u_j, u_{kg}, u_{ag} – фазна напруга j -тої фази, напруга катодної та анодної вентильних груп відповідно.

Аналізуючи рівняння (10) – (13), бачимо, що в них є невідомі функції напруг $u_A, u_B, u_C, u_{kg}, u_{ag}$. Задля зменшення обсягу статті ми репрезентуємо процедуру знаходження згаданих напруг у загальному випадку, лише для напруг u_A, u_B та u_C , а для напруг u_{kg}, u_{ag} – наведемо кінцеві вирази. Репрезентуємо методологію пошуку згаданих напруг.

Для вузлів № 1, 2 та 3 розрахункової схеми електротехнічної системи випрямлення змінного трифазного струму, яка наведена на рис. 1, запишемо рівняння за першим законом Кірхгофа:

$$i_{m,j} - i_{K,i} - i_{A,i} = 0, \quad j = A, B, C, \quad i = 1, 2, 3. \quad (14)$$

Продиференціювавши за часом вираз (14), з урахуванням початкових умов [14], отримаємо:

$$\frac{di_{m,j}}{dt} - \frac{di_{K,i}}{dt} - \frac{di_{A,i}}{dt} = 0, \quad j = A, B, C, \quad i = 1, 2, 3. \quad (15)$$

Далі, підставивши у вираз (15) рівняння (10) – (12) при $j = A, B, C$ та $i = 1, 2, 3$, отримаємо:

$$\frac{1}{L_{m,j}} (e_{m,j} - R_{m,j} i_{m,j} - u_j) - \frac{1}{L_{K,i}} (u_j - R_{K,i} i_{K,i} - u_{kg}) - \frac{1}{L_{A,i}} (u_j - R_{A,i} i_{A,i} - u_{ag}) = 0. \quad (16)$$

Виразивши з виразу (16) напругу u_j , при $j = A, B, C$ та $i = 1, 2, 3$, отримаємо:

$$u_j = \left(\frac{1}{L_{m,j}} + \frac{1}{L_{K,i}} + \frac{1}{L_{A,i}} \right)^{-1} \left(\frac{1}{L_{m,j}} (e_{m,j} - R_{m,j} i_{m,j}) + \frac{1}{L_{K,i}} (R_{K,i} i_{K,i} - u_{kg}) + \frac{1}{L_{A,i}} (R_{A,i} i_{A,i} - u_{ag}) \right). \quad (17)$$

Напруги катодної та анодної вентильних груп при $j = A, B, C$ та $i = 1, 2, 3$ виглядають так:

$$u_{kg} = \left(\sum_{i=1}^3 \frac{1}{L_{K,i}} + \frac{1}{L_H} \right)^{-1} \left(\sum_{j=A}^C \sum_{i=1}^3 \frac{1}{L_{K,i}} (u_j - R_{K,i} i_{K,i}) + \frac{1}{L_H} (R_H i_H + u_{ag}) \right); \quad (18)$$

$$u_{ag} = \left(\sum_{i=1}^3 \frac{1}{L_{A,i}} + \frac{1}{L_H} \right)^{-1} \left(\sum_{j=A}^C \sum_{i=1}^3 \frac{1}{L_{A,i}} (u_j - R_{A,i} i_{A,i}) + \frac{1}{L_H} (u_{kg} - R_H i_H) \right). \quad (19)$$

Відомо [3; 7], що в реальних системах випрямлення трифазного змінного струму відбувається постійне керування роботою вентильних груп за допомогою систем імпульсно-фа-

зового керування. Отже, для повноцінної та адекватної роботи розробленої математичної моделі необхідно представити логічні рівняння керування роботою вентилів.

Роботу системи імпульсно-фазового керування вентилями групами опишемо системою логічних рівнянь, яка виглядає так [2; 6]:

$$Z_i = Z_{u,i} \wedge Z_{K,i} \wedge Z_{\gamma,i} = \text{true} \quad (i = 1, 2, 3), \quad (20)$$

де Z_i – умова відкриття i -го вентиля (i -тий вентиль відкривається за істинного значення Z_i); $Z_{u,i}$ – умова відкриття вентилів за напругою ($Z_{u,i}$ приймає значення істини за додатної напруги на i -му вентилі); $Z_{K,i}$ набуває значення істини, коли i -тий вентиль запертий; $Z_{\gamma,i}$ – умова відкриття вентилів за кутом регулювання (вентиль відкривається тоді, коли його кут перебуває в межах зони подачі імпульсів на відкриття).

Сумісному інтегруванню підлягає така система нелінійних звичайних диференціальних рівнянь: (10) – (13) з урахуванням виразів (16) – (20).

Результати комп'ютерного моделювання.

На підґрунті розробленої математичної моделі було написано програмний код алгоритмічною мовою *Visual Fortran* та здійснено комп'ютерне моделювання перехідних електромагнітних процесів у мостовій системі випрямлення трифазного змінного струму (див. рис. 1). Комп'ютерна симуляція здійснювалася для таких параметрів елементів розрахункової схеми: $L_{m,j} = 0,015$ Гн, $R_{m,j} = 2,1$ Ом, $R_H = 250$ Ом, $L_H = 10$ Гн; при відкритих вентилях $L_{K,i}$, $L_{A,i}$, $R_{K,i}$, $R_{A,i}$ мають незначущо малі значення, а при закритих – безмежно великі. Параметри режиму такі: $e_{m,j} = 400 \cdot \sin(\omega t, \omega t + 120^\circ, \omega t - 120^\circ)$ кВ, $f = 50$ Гц. Інтегрування системи нелінійних диференціальних рівнянь здійснювали методом Гіра 6-го порядку, з кроком $\Delta t = 1$ мкс.

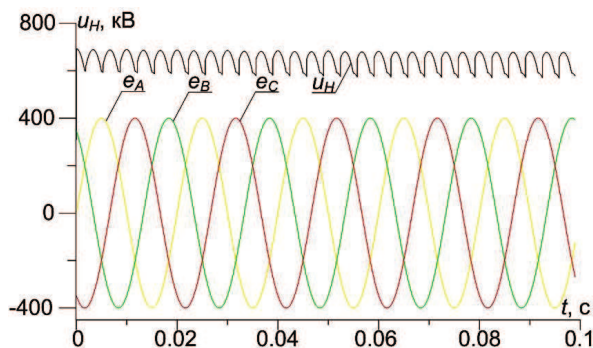


Рис. 2. Розрахункові функціональні залежності фазних електрорушійних сил та випрямленої напруги при $\alpha_e = 0^\circ$

Fig. 2. Calculated functional dependence of phase electromotive forces and the rectified voltage at $\alpha_e = 0^\circ$

Дослідження електромагнітних процесів здійснювали для увімкнення досліджуваної електротехнічної системи та її виходу в усталений стан. За нульових початкових умов, у момент часу $t = 0$ с, наявним у системі електрорушійним силам було присвоєно відповідні значення.

На рис. 2 репрезентовано перехідний процес випрямленої напруги та розрахункові залежності фазних електрорушійних сил. З рисунка бачимо, що амплітуда електрорушійних сил становить 400 кВ, а випрямлене значення напруги 700 кВ. Також видно, що після виходу в усталений стан випрямлена напруга зменшила своє значення приблизно на 5 кВ.

Часові розподіли розрахункових функціональних залежностей фазних струмів електричної мережі змінного струму представлено на рис. 3. Варто зазначити, що тут струм фази A та C представлено лише до моменту часу 0,1 с, а струм фази B – на всьому часовому діапазоні. Це зроблено для того, щоб еwentуальний спостерігач мав змогу більш детально побачити картину перехідного процесу струму окремої фази. З рисунка видно, що усталене амплітудне значення фазного струму становить приблизно 2,5 кА.

На рис. 4 показано перехідні процеси струмів катодної вентиляльної групи. Тут, як і на попередньому рисунку, струм першого та третього вентиля представлено лише до половини часового розподілу, а струм другого вентиля – на всьому інтервалі. З рисунка бачимо очікувані результати, зокрема, півперіоди фазних струмів мають максимальне значення 2,5 кА.

Рис. 5 репрезентує перехідний процес випрямленого струму через гілку навантаження. Бачимо, що перехідний процес триває приблизно 0,18 с, що легко пояснюється сталою часу еквівалентного активно-індуктивного навантаження. Очікуване усталене значення струму становить 2,5 кА.

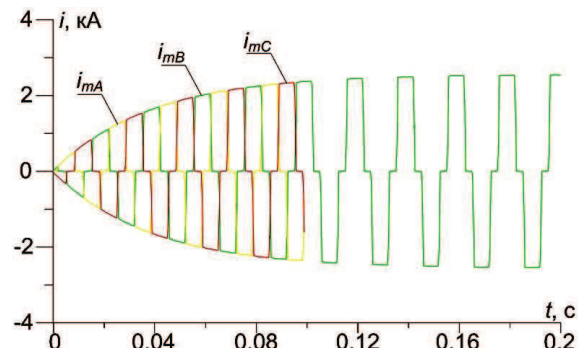


Рис. 3. Розрахункові функціональні залежності фазних струмів електричної мережі при $\alpha_e = 0^\circ$

Fig. 3. Calculated functional dependence of phase currents in the electrical grid at $\alpha_e = 0^\circ$

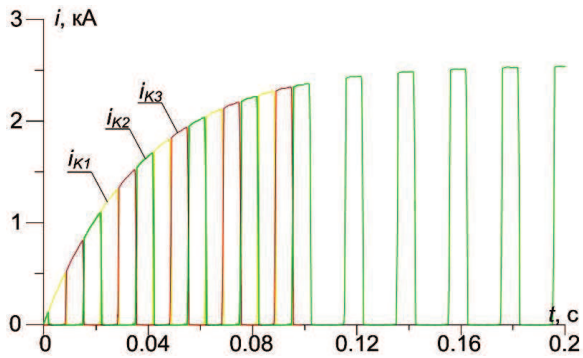


Рис. 4. Розрахункові функціональні залежності струмів вентилів катодної групи при $\alpha_g = 0^\circ$

Fig. 4. Calculated functional relationships of valves cathodic current group at $\alpha_g = 0^\circ$

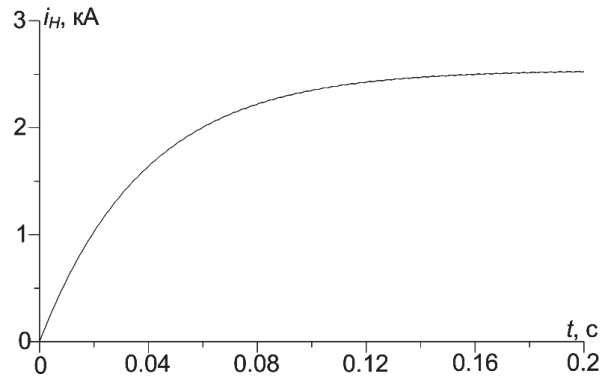


Рис. 5. Розрахункова функціональна залежність випрямленого струму при $\alpha_g = 0^\circ$

Fig. 5. Calculated functional dependence of the rectified current at $\alpha_g = 0^\circ$

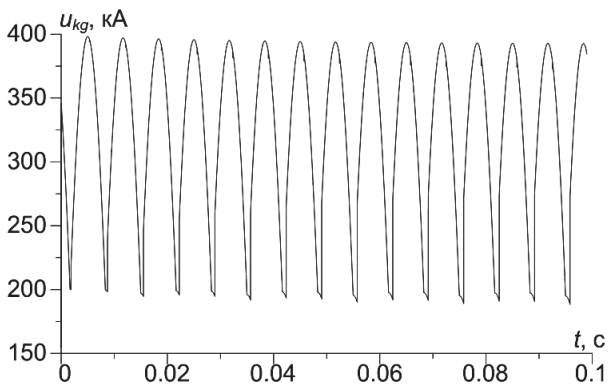


Рис. 6. Розрахункова функціональна залежність напруги катодної вентиляльної групи при $\alpha_g = 0^\circ$

Fig. 6. Calculated functional dependence of the voltage of the cathode valve group at $\alpha_g = 0^\circ$

На рис. 6 показано перехідний процес напруги катодної вентиляльної групи. Ця напруга має змінний, проте знакопостійний характер, максимальне значення якої лежить у межах 400 кВ. Функція напруги катодної вентиляльної групи разом із функцією напруги анодної вентиляльної групи утворюють функцію випрямленої напруги на виході випрямляча, графічна інтерпретація якої репрезентована на рис. 2 (крива u_H).

Отримані результати комп'ютерної симуляції перехідних електромагнітних процесів у мостовому випрямлячі трифазного змінного струму підтверджуються теоретичними положеннями класичної електродинаміки [1; 15] та класикою моделювання перехідних процесів в електро-машинно-вентильних системах [10].

Висновки

1. Застосування інтердисциплінарного методу математичного моделювання, який ґрунтується на модифікації інтегрального варіаційного принципу Гамільтона – Остроградського, до побудови математичних моделей електротехнічних систем випрямлення змінного трифазного струму дає змогу уникнути декомпозиції єдиної динамічної системи та досліджувати перехідні електромагнітні процеси в електротехнічних системах пересилання енергії постійним та змінним струмом.

2. Розрахункові функціональні залежності перехідних процесів напруг та струмів (див. рис. 2 – 6) в елементах електротехнічної системи випрямлення змінного трифазного струму (див. рис. 1), підтверджують фізичні засади електродинаміки стосовно перебігу перехідних електромагнітних процесів у згаданих системах, що говорить про високу адекватність розробленої математичної моделі й тим самим підтверджує можливість застосування варіаційних підходів до аналізу перехідних електромагнітних процесів у динамічних системах подібного плану.

3. Розроблена математична модель та на її підґрунті написаний програмний код можуть бути корисними для навчання студентів та підвищення кваліфікації інженерів-електриків, які працюють у галузі електроенергетики та електромеханіки.

Бібліографічний список

1. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. Москва: Высш. шк., 1973. 658 с.
2. Боднар Г. Й., Шаповалов О. В. Электропривід водяного насоса протипожежного водопроводу з авто-

- номним живленням. *Вісник Національного технічного університету «ХПІ» Проблеми автоматизованого електроприводу. Теорія і практика.* 2008. С. 373 – 374.
3. Буслова Н. В., Винославский В. Н., Денисенко Г. Н., Перхач В. С. Электрические системы и сети. Киев: Вища шк., 1986. 584 с.
 4. Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности. Москва: Мир, 1987. 536 с.
 5. Василів К., Герман А., Дорош В. Математична модель системи електроживлення на базі вентильного перетворювача частоти з ланкою постійного струму. *Вісник Львівського національного аграрного університету: агроінженерні дослідження.* 2012. № 16. С. 352 – 362.
 6. Василів К. М. Методи і моделі аналізу процесів автономних систем електроживлення на базі асинхронізованого генератора з безконтактним каскадним модульованим збуджувачем: дис. ... д-ра техн. наук. Київ, 2010. 400 с.
 7. Веников В. А. Электрические системы. Передача энергии переменным и постоянным током высокого напряжения. Москва: Высш. шк., 1972. 368 с.
 8. Дижур Д. П. Цифровое моделирование электропередач постоянного тока. *Передача энергии постоянным током.* 1985. С. 51 – 63.
 9. Левонюк В. Р., Чабан Г. В. Дослідження електромеханічних процесів у вимикачі надвисокої напруги. *Вісник Львівського національного аграрного університету: агроінженерні дослідження.* 2018. № 22. С. 121 – 128.
 10. Плахтына Е. Г. Математическое моделирование электро-машинно-вентильных систем. Львов: Вища шк., 1986. 163 с.
 11. Самогий В., Дзелендзяк У. Математична модель каскаду «Однофазний двопівперіодний випрямляч – мотор постійного струму з паралельним збудженням». *Вісник Національного університету «Львівська політехніка». Електроенергетичні та електромеханічні системи.* 2013. № 753. С. 35 – 40.
 12. Уайд Д., Вудсон Г. Электромеханическое преобразование энергии. Ленинград: Энергия, 1964. 539 с.
 13. Чабан А. В., Левонюк В. Р., Дробот І. М., Герман А. Ф. Математичне моделювання перехідних процесів у лінії Лехера в стані неробочого ходу. *Електротехніка і Електромеханіка.* 2016. № 3. С. 30 – 35.
 14. Чабан А. В. Принцип Гамільтона – Остроградського в електромеханічних системах. Львів: Вид-во Тараса Сороки, 2015. 488 с.
 15. Шимони К. Теоретическая электротехника. Москва: Мир, 1964. 785 с.
 16. Czaban A., Lis M., Sosnowski J., Lewoniuk W. Model matematyczny dwuprzewojowej linii zasilania z wykorzystaniem modyfikowanej zasady Hamiltona. *Maszyny Elektryczne – Zeszyty Problemowe.* 2016. Nr 1. S. 31 – 36.
 17. Huo X. Y., Lei Y. Z. A new method for calculating transient electromagnetic responses of AC/DC power system with external electromagnetic pulse interference. *Progress In Electromagnetics Research M.* 2010. P. 245 – 260.
 18. Hybrid simulation of AC-DC power system based on analytical method for computing transient response of HVDC / Z. Jingfan et al. *IEEE PES Asia-Pacific Power and Energy Engineering.* 2016. P. 993 – 997.
 19. Mathematical modelling of transient processes in power supply grid with distributed parameters / A. Czaban, M. Lis, M. Chrzan, A. Szafraniec, V. Levoniuk *Przegląd elektrotechniczny.* 2018. № 1. P. 17 – 20.
 20. Omid Borazjani, Alireza Rajabi, Mojtaba Saeedimoghadam, Khodakhast Isapour. Stability Improvement of AC System by Controllability of the HVDC. *International Journal of Electrical and Computer Engineering.* 2015. No. 3. P. 371 – 378.

Стаття надійшла 13.09.2019